

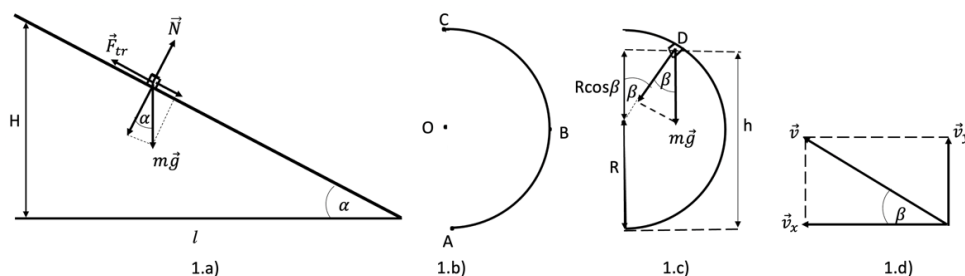
Prirodno-matematički fakultet
Društvo matematičara i fizičara Crne Gore

OLIMPIJADA ZNANJA 2023

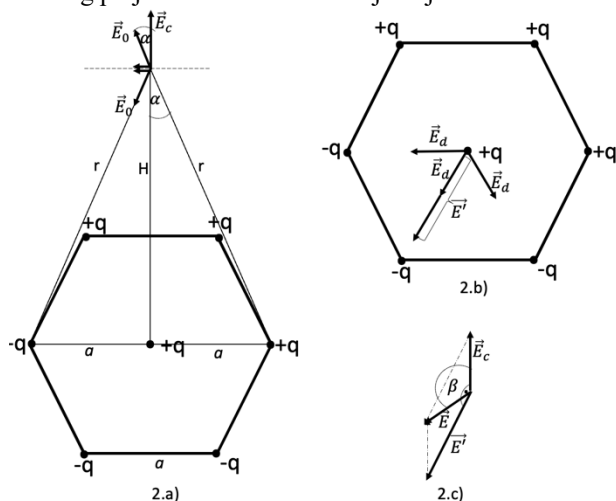
Rješenja zadataka iz fizike
za IV razred srednje škole

1. Početna energija tijela je $E_0 = mgH$ i tokom kretanja se smanjuje usljed dejstva sile trenja, $F_{tr} = \mu N = \mu mg \cos \alpha = \mu mg \cdot l / (l^2 + H^2)^{1/2}$ (slika 1.a). Pošto je rad sile trenja negativan i iznosi $A = -F_{tr} \cdot (l^2 + H^2)^{1/2}$, energija na kraju strme ravni tj. na početku petlje biće $E = mg(H - \mu l)$. Energija treba da bude dovoljno velika da tijelo pređe tačku B i dovoljno mala da se tijelo odvoji od podloge prije nego što stigne u tačku C (slika 1.b). U prvom graničnom slučaju (maksimalni koeficijent trenja), brzina tijela u tački B biće jednaka nuli. Iz zakona održanja energije je: $mg(H - \mu_{\max} l) = mgR$ i $\mu_{\max} = (H - R)/l$. U drugom graničnom slučaju (minimalni koeficijent trenja), sila normalne reakcije podloge u tački C je jednaka nuli i jednačina kretanja u toj tački je $mv_c^2/R = mg$ odakle je $v_c^2 = gR$. Iz zakona održanja energije: $mg(H - \mu_{\min} l) = 1/2 \cdot mv_c^2 + mg \cdot 2R$, dobija se $\mu_{\min} = (H - 5/2 \cdot R)/l$.

Neka se tijelo odvaja od petlje u tački D (slika 1.c) za koju važi: $mv^2/R = mg \cos \beta$. Visina na kojoj se nalazi tijelo u toj tački je $h = R(1 + \cos \beta)$. Iz zakona održanja energije slijedi da je: $mg(H - \mu l) = 1/2 \cdot mv^2 + mg \cdot h = mgR(1 + 3/2 \cdot \cos \beta)$. Odavde je $\cos \beta = 2(H - \mu l - R)/3R$, a brzina $v = (gR \cos \beta)^{1/2} = [2g/3(H - \mu l - R)]^{1/2}$. Visina u trenutku odvajanja iznosi $h = 1/3(R + 2(H - \mu l))$. Nakon odvajanja tijelo se kreće po zakonu kosog hica sa početnom brzinom v (slika 1.d). Komponenta brzine u vertikalnom pravcu je $v_y = v \sin \beta$, tako da pređeni put, nakon odvajanja, do maksimalne visine po istom pravcu iznosi: $S = v_y^2 / 2g = 1/3(H - \mu l - R)[1 - 4(H - \mu l - R)^2 / 9R^2]$, a maksimalna visina je $h_{\max} = h + S$.

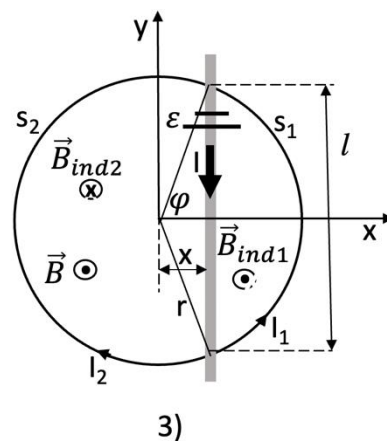


2. Naelektrisanja u tjemenu šestougla se nalaze na jednakom rastojanju od tačke u kojoj se određuje polje, $r = (a^2 + H^2)^{1/2}$ tako da su intenziteti vektora jačine električnog polja od svih naelektrisanja u tjemenu jednaki i iznose: $E_0 = kq/r^2 = kq/(a^2 + H^2)$. Intenzitet vektora električnog polja od naelektrisanja u centru je $E_c = kq/H^2$. Ukoliko tražimo polje od dva naelektrisanja (+q i -q) na dijagonali šestougla (slika 2.a), vidimo da će se komponente vektora u pravcu normale na šestougao anulirati pa će rezultatni vektor biti u pravcu dijagonale i usmjeren ka negativnom naelektrisanju, dok će intenzitet biti: $E_d = 2E_0 \sin \alpha = 2E_0 a / r = 2E_0 a / (H^2 + a^2)^{1/2}$. Vektor polja od sva tri para naelektrisanja (E') biće u ravni paralelnoj ravni figure i usmjeren kao na slici 2.b jer su uglovi između njih jednaki i iznose po 60° . Intenzitet ovog vektora je: $E' = E_d + 2E_d \cos(60^\circ) = 2E_d$. Ovaj vektor i vektor polja od centralnog naelektrisanja su pod pravim



uglom (slika 2.c) pa je ukupni intenzitet vektora el. polja, $E=(E_c^2 + E'^2)^{1/2}=(k^2q^2/H^4+16k^2q^2a^2/(H^2+a^2)^3)^{1/2}$ tj. $E=(kq/H^2) \cdot [1+16a^2H^4/(a^2+H^2)^3]^{1/2}$. Vektor ukupne jačine polja se nalazi pod uglom β u odnosu na vertikalnu: $\tan \beta = E'/E_c = 4aH^2/(H^2+a^2)^{3/2}$.

3. Pošto se štap kreće u magnetnom polju, u njemu se indukuje elektromotorna sila. Na osnovu Lencovog pravila, indukovana struja će stvarati magnetno polje koje se suprotavlja promjeni fluksa kroz obje konture koje dijeli štap. Zbog toga će smjerovi struja biti kao na slici 3. Elektromotorna sila koja se indukuje je $\varepsilon = Blv$ gdje je l dužina između presječnih tačaka štapa i kružnice u trenutku t . Sa slike je $l = 2r \sin \varphi$, $\cos \varphi = x/r = vt/r$, pa je elektromotorna sila u trenutku t : $\varepsilon = 2Bvr(1-v^2t^2/r^2)^{1/2}$. Neka su s_1 i s_2 dužine lukova koje štap odsjeca od kružnice. Ovi lukovi se u strujnom kolu ponašaju kao paralelno vezani otpornici. Njihov ekvivalentni otpor je: $R = R_1 R_2 / (R_1 + R_2) = \rho \cdot s_1 \cdot \rho \cdot s_2 / (\rho \cdot s_1 + \rho \cdot s_2) = \rho \cdot s_1 \cdot s_2 / (s_1 + s_2) = \rho \cdot s_1 \cdot s_2 / 2r\pi$. Sa slike se vidi da je $s_1 = r \cdot 2\varphi$ i $s_2 = r \cdot (2\pi - 2\varphi)$, a iz $\cos \varphi = vt/r$ slijedi da je $\varphi = \arccos(vt/r)$. Tako je otpor $R = 2\rho r \cdot \arccos(vt/r)(\pi - \arccos(vt/r))/\pi$. Jačina struje kroz štap je: $I = \varepsilon / R = \pi Bv(1-v^2t^2/r^2)^{1/2} / [\rho \arccos(vt/r)(\pi - \arccos(vt/r))]$.



4. Kroz staklenu poluloptu prolaze zraci koji ne podliježu totalnoj refleksiji na granici staklo-vazduh. Na slici 4 su prikazana dva granična zračenja (a svi zraci između njih se prelamaju i prolaze dalje) tako da će slika na ekranu biti svijetli krug. Iz uslova totalne refleksije je: $\sin \alpha_g = 1/n = 1/\sqrt{2}$, pa je $\alpha_g = 45^\circ$. Shodno tome i $\varphi = 45^\circ$ i $OP = r\sqrt{2}$ i $PO' = d - r\sqrt{2}$. Pošto je $\varphi = 45^\circ$, poluprečnik svijetlog kruga je $r' = d - r\sqrt{2} = 2 \text{ cm}$.

